

Die Aufgaben für die 1. Runde des Bundeswettbewerbs Mathematik 2021

Aufgabe 1

Ein Würfel mit Kantenlänge 10 wird durch einen ebenen Schnitt in zwei Quader mit ganzzahligen Kantenlängen zerlegt. Anschließend wird einer dieser beiden Quader durch einen zweiten ebenen Schnitt weiter in zwei Quader mit ganzzahligen Kantenlängen zerteilt.

Welches ist das kleinstmögliche Volumen des größten der drei Quader?

Anmerkung: Die Richtigkeit des Ergebnisses ist zu beweisen.

Aufgabe 3

In einem Dreieck ABC sei $\angle ACB = 120^\circ$, und die Innenwinkelhalbierenden durch A , B und C schneiden die jeweils gegenüberliegenden Seiten in A' bzw. B' bzw. C' .

Wie groß ist der Winkel $\angle A'C'B'$?

Anmerkung: Die Richtigkeit des Ergebnisses ist zu beweisen.

Aufgabe 2

Der Bruch $\frac{3}{10}$ kann auf genau zwei Arten als Summe zweier Stammbrüche dargestellt werden:

$$\frac{3}{10} = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{1}{4} + \frac{1}{20}$$

a) Auf wie viele verschiedene Arten kann $\frac{3}{2021}$ als Summe zweier Stammbrüche dargestellt werden?

b) Gibt es eine nicht durch 3 teilbare positive ganze Zahl n mit der Eigenschaft, dass $\frac{3}{n}$ auf genau 2021 Arten als Summe zweier Stammbrüche dargestellt werden kann?

Erläuterung: Ein Stammbruch ist ein Bruch der Form $\frac{1}{z}$, wobei z eine positive ganze Zahl ist.

Anmerkung: Die Richtigkeit des Ergebnisses ist zu beweisen.

Aufgabe 4

Die Grundfläche einer Pyramide ist ein regelmäßiges n -Eck. Jede Verbindungsstrecke zweier Ecken der Pyramide mit Ausnahme der Seiten der Grundfläche wird entweder rot oder blau gefärbt.


Beweise: Für $n = 9$ gibt es bei jeder solchen Färbung drei Ecken der Pyramide, die durch drei gleichfarbige Strecken verbunden sind, und für $n = 8$ gilt dies nicht in jedem Fall.

Einsendeschluss: 8. März 2021

ABSENDER **Adresscoupon 2021** (Bitte in Druckbuchstaben ausfüllen und oben links auf den Umschlag aufkleben)

Name Vorname
 Straße / Nr. PLZ / Ort
 Derzeitige Klassenstufe (als Zahl) Gruppenarbeit Die eingereichte Arbeit umfasst Seiten
 Bearbeitete Aufgaben Aufgabe 1 Aufgabe 2 Aufgabe 3 Aufgabe 4

ANSCHRIFT DER SCHULE

Schulname
 PLZ / Ort Bundesland


TEILNEHMER **Teilnahmecoupon 2021** (Bitte alle Felder in Druckbuchstaben ausfüllen und den Coupon der Arbeit beilegen)

Name Vorname
 Straße / Nr. PLZ / Ort
 Telefon Geburtsdatum
 E-Mail
 Derzeitige Klassenstufe (als Zahl) Männlich Weiblich Divers
 Die eingereichte Arbeit umfasst Seiten Gruppenarbeit Anzahl Gruppenmitglieder
 Bearbeitete Aufgaben Aufgabe 1 Aufgabe 2 Aufgabe 3 Aufgabe 4

Selbstständigkeitsklärung: Ich versichere, dass ich/die Gruppe alle beigelegten Lösungen selbstständig gefunden und ausgearbeitet habe/hat.

Ich stimme den Teilnahmebedingungen (siehe Rückseite) zu.

Datum Unterschrift
 ANSCHRIFT DER SCHULE
 Schulname
 Straße / Nr.
 PLZ / Ort Bundesland

Bitte die Teilnahmebedingungen und die wichtigen Hinweise auf der Rückseite beachten!

Teilnahmebedingungen und Hinweise im Überblick

Vielen Dank für Dein Interesse an unserem Wettbewerb. Zur Vorbereitung stehen Aufgaben und Lösungen aus früheren Wettbewerbläufen auf unserer Webseite www.bundeswettbewerb-mathematik.de zum Herunterladen bereit. Für Deine Teilnahme am Bundeswettbewerb Mathematik gelten die folgenden Teilnahmebedingungen und Hinweise.

Generelles

- Die von der Korrekturkommission getroffene Preisentscheidung ist endgültig. Der Rechtsweg ist in allen drei Runden ausgeschlossen.
- Deine Einsendung geht in das Eigentum des Wettbewerbs über und wird nicht zurückgeschickt. Einsendungen auf elektronischem Weg sind nicht möglich.
- Mit der Teilnahme wird der Erhebung, Speicherung und Verarbeitung der persönlichen Daten zur Durchführung des Wettbewerbs zugestimmt. Für die Speicherdauer kann jederzeit von allen in der Datenschutzgrundverordnung aufgeführten erweiterten Rechten von Betroffenen Gebrauch gemacht werden. Nach Abschluss der Arbeiten zum Wettbewerbslauf werden sämtliche erhobene Daten gelöscht.

Erste Runde

- **Teilnahmeberechtigung:** Mitmachen kannst Du als Schülerin oder Schüler jeder Klassenstufe einer Schule in Deutschland, die zur Hochschulreife führt. Die für Deutsche Auslandsschulen geltenden Einschränkungen findest Du im Merkblatt auf der Webseite. Deine eingereichte Arbeit muss eine Lösung zu mindestens einer der vier Aufgaben enthalten.
- **Gruppenarbeit:** In der 1. Runde sind Gruppenarbeiten zugelassen. Dabei darfst Du mit bis zu zwei anderen Teilnahmeberechtigten gemeinsam eine Arbeit einreichen. Wird Eure Gruppenarbeit mit einem Preis ausgezeichnet, erlangt damit jedes Mitglied Eurer Gruppe einzeln die Teilnahmeberechtigung für die 2. Runde. Ab der 2. Runde ist der Bundeswettbewerb Mathematik ein Einzelwettbewerb.
- **Selbstständigkeitsverpflichtung:** Die auf dem Teilnahmecoupon abgedruckte Selbstständigkeitserklärung musst Du unterschreiben. Die Selbstständigkeitsverpflichtung bezieht sich bereits auf die Phase der Lösungsfindung und nicht erst auf die endgültige Formulierung. **Diskussionen von Lösungswegen im Internet sind nicht zulässig.** Ein begründeter Verdacht auf Verstoß gegen die Selbstständigkeitsverpflichtung führt zum Ausschluss vom Wettbewerb.
- **Bewertung:** Hast Du mindestens drei der vier Aufgaben richtig gelöst, erhältst Du einen Preis. Mit einer richtig gelösten Aufgabe erhältst Du eine Anerkennungsurkunde.
- **Einsendeschluss: 8. März 2021** (Datum des Poststempels). Verspätet abgesendete Arbeiten können nicht in das Korrekturverfahren einbezogen werden. Über das Ergebnis werden alle Teilnehmenden im Juni 2021 informiert.

Die weiteren Runden

- **2. Runde:** Wer in der 1. Runde einen Preis erhält, darf an der 2. Runde teilnehmen.
- **3. Runde:** Erhältst Du in der 2. Runde einen 1. Preis, darfst Du an der 3. Runde teilnehmen.

Hinweise zur Lösungsdarstellung

- Bei der Darstellung der Lösung musst Du alle wesentlichen Zwischenschritte aufführen und begründen. Dabei ist es wichtig, dass diese logisch und vollständig sind. Eine glatte Korrektur der Arbeit soll ohne Anfertigung zusätzlicher Skizzen und ohne Ergänzen von Umformungsschritten möglich sein.
- Umständliche und unnötig breite Ausführungen sowie Beweise und Überlegungen, die zur Lösung der gestellten Aufgabe nicht erforderlich sind, wirken sich negativ auf die Bewertung aus.
- Die Lösungen müssen gut lesbar auf DIN A4-Blätter (blanko oder kariert) aufgeschrieben werden. Schwer lesbare Arbeiten können von der Bewertung ausgeschlossen werden. Falls möglich, solltest Du eine mit dem Computer geschriebene Arbeit einreichen.
- Hilfsmittel wie Taschenrechner, Computer oder Literatur darfst Du benutzen, musst sie aber angeben. **Die wesentlichen Schritte und Resultate Deiner eingereichten Arbeit müssen ohne diese Hilfsmittel nachvollziehbar und überprüfbar sein.**

Hinweise zur formalen Umsetzung

- Deine Einsendung darf die Farben Rot und Grün nicht verwenden, da diese zur Korrektur genutzt werden.
- Achte auf einen ausreichend breiten linken Rand von fünf Zentimetern zur Korrektur.
- Beschreibe Deine Blätter nur einseitig, nummeriere alle Blätter durch und schreibe oben rechts Deinen Namen darauf.

Hinweise zum Versand

- Auf dem Aufgabenblatt findest Du einen Adresscoupon und einen Teilnahmecoupon. Beide musst Du vollständig ausfüllen und ausschneiden.
- Den Teilnahmecoupon und damit insbesondere die Erklärung, dass Du selbstständig gearbeitet hast, musst Du außerdem unterschreiben.
- Bei Gruppenarbeiten muss jedes Gruppenmitglied einen eigenen Teilnahmecoupon ausfüllen und beilegen. Es genügt aber der Adresscoupon eines Gruppenmitglieds als Ansprechperson, die Ihr unter Euch festlegt.
- Deine Lösungen versendest Du in einem DIN C4-Umschlag ohne Pappücken. Dieses Maß ist wichtig, da die Einsendungen weiterverschickt werden und in die Versandumschläge passen müssen. Deinen ausgefüllten Adresscoupon klebst Du oben links auf die Rückseite des Umschlags, wenn der Verschluss rechts ist.
- Vergiss nicht, einen Scan oder eine Kopie Deiner Arbeit anzufertigen und zu behalten, da wir Deine Einsendungen nicht zurückschicken können.
- Bitte verwende keine Klarsichthüllen, Mappen, Büroklammern oder Tackernadeln. Die Blätter legst Du lose und zusammen mit dem ausgefüllten Teilnahmecoupon in den Umschlag. Bei Gruppenarbeiten legt Ihr von jedem Gruppenmitglied einen ausgefüllten Teilnahmecoupon bei.
- Wenn Du wissen möchtest, ob Deine Einsendung angekommen ist, lege eine frankierte und an Dich selbst adressierte Postkarte bei, sodass wir Dir eine Bestätigung zurücksenden können.
- Zum Schluss klebst Du den Umschlag zu und frankierst ihn ausreichend in der rechten oberen Ecke. Darunter schreibst Du die Versandadresse:

Bundeswettbewerb Mathematik
Bildung & Begabung gemeinnützige GmbH
Kortrijker Straße 1 • 53177 Bonn

Telefon: (0228) 959 15 - 20
E-Mail: info@bundeswettbewerb-mathematik.de
Web: www.bundeswettbewerb-mathematik.de